L'IDENTIFICATION

Propriété

Soit P un polynôme, et « a » une de ses racines (c'est-à-dire que P(a)=0)

Il existe un polynôme Q tel que **$P(x) = (x - a)\,Q(x)$**

Exemple

Soit l'équation $x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
On observe que 1 est solution ($1^3 + 2\times1^2 - 4 + 1 = 0$)

D'après le théorème précédent, $x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ peut s'écrire :

$$(x - 1)\,Q(x)$$

Où Q(x) est un polynôme de degré 2. Il existe donc des réels a, b et c tels que :

$$x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$$

Pour déterminer a, b et c on peut procéder par identification :

$(x - 1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c$

$$= ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x - c$$

Il suffit alors que $\begin{cases} a = 1 \\ b - a = 2 \\ c - b = -4 \\ -c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ -c = -1 \end{cases}$

On a donc $x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = (x - 1)(x^2 + 3x - 1) = 0$

L'équation s'écrit alors : $(x - 1)(x^2 + 3x - 1) = 0$
$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x^2 + 3x - 1 = 0$

On calcule le discriminant Δ du trinôme $x^2 + 3x - 1$:

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 13$ donc $\Delta > 0$

Le trinôme possède 2 solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad ou \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \qquad ou \qquad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\mathbf{S} = \left\{ \frac{-3+\sqrt{13}}{2} ; \frac{-3+\sqrt{13}}{2} ; \mathbf{1} \right\}$$